UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA P.A. 2008-2
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA 29/11/2008

DACIBAHCC

TERCERA PRACTICA CALIFICADA DE CALCULO NUMERICO (MB535)

- **DURACION: 60 MINUTOS**
- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**
- **SOLO RESUELVA 03 PROBLEMAS**

Problema 1

Dado el siguiente sistema no lineal

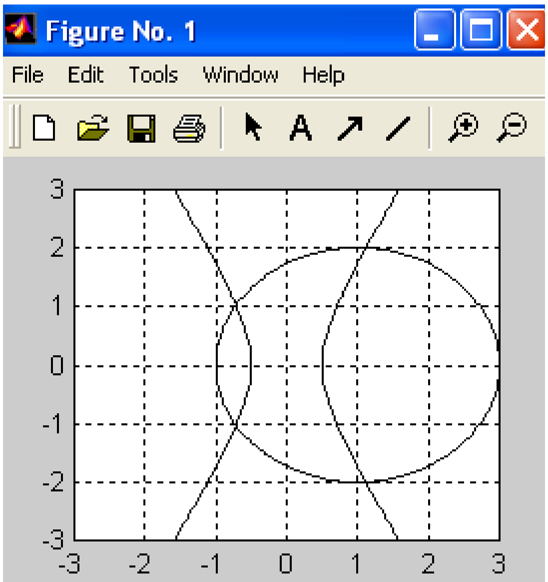
$$x = \frac{8x - 4x^2 + y^2 + 1}{8}$$
$$y = \frac{2x - x^2 + 4y - y^2 + 3}{4}$$

a) Gráficamente encuentre el número de soluciones reales.
b) Utilizando el método de Newton encuentre una aproximación a la solución del sistema. Realice 02 iteraciones con punto inicial X0=[-0.8,-1]^T
c) Complete las siguientes líneas del script

```
xa=-3:0.1:3; ya=-3:0.1:3;

[ __ , __ ]=meshgrid(__,__);

f1=_______________;

f2=-2*x+x.^2+y.^2-3;

contour(__,__,__,__,'k');

hold on; grid on;

contour(__,__,__,__,'k');
```

Solucion

a)



4 soluciones

b)

```
x=-0.8000000000 y=-1.0000000000
x=-0.7200000000 y=-1.0240000000
x=-0.7165217391 y=-1.0264361413
```

c)

```
xa=-3:0.1:3; ya=-3:0.1:3;
[x,y]=meshgrid(xa,ya);
f1=4*x.^2-y.^2-1;
f2=-2*x+x.^2+y.^2-3;
contour(x,y,f1,[0,0],'k');
hold on; grid on;
contour(x,y,f1,[0,0],'k');
```

Problema 2

Si la función f(x) es dada por. $\frac{1}{1+x^2}$, considerando los puntos $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ y $x_2 = 3$ con los correspondientes valores $y_i = f(x_i)$, para i = 0, 1, 2.

a) Calcule el polinomio interpolante $P_2(x)$, usando el método matricial y compare con el método de Newton. Comente su respuesta.
b) Si deseamos evaluar $P_2(1.5)$ usando el polinomio de Newton, ¿Cuál sería el <u>máximo error</u> cometido? Use.max $|f'''(\xi)| = 4.6685$.
c) Use comandos de Matlab para obtener el polinomio interpolante usando el método matricial.

Solución

Solución

a) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} c1 \\ c2 \\ c3 \end{matrix} = \begin{matrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.1 \end{matrix}$ Matriz de Vandermonde

C= $0.1x^2$-0.6x+1

b)

Tabla de diferencias

0	1		
1	0.5	-0.5	
3	0.1	-0.2	0.1

P2(x)= 1-0.5(x)+0.1(x)(x-1)= $0.1x^2$-0.6x+1

Se obtiene el mismo polinomio porque se usan los mismos puntos!

Máximo error cometido

E= M3/3!(x-0)(x-1)(x-3) =4.6685/6*(1.5)(1.5-1)(1.5-3)= 0.8753

c)

```
x=[0 1 3]
y=1./(1+x.^2);
M=vander(x);
c=M\y'
```

Problema 3

Sean los puntos: (0,-1); (1,2); (2,3):

$$\begin{cases} S_0(x) = ax^3 + bx + c & 0 \le x \le 1 \\ S_1(x) = -\frac{1}{2}(2-x)^3 + ex + f & 1 \le x \le 2 \end{cases}$$

a) Para que valores de las constantes se satisfacen las condiciones de spline cúbico natural:
b) Verifique las mencionadas condiciones.

Solución

$$S_0(0) = c = -1$$
$$S_0(1) = a + b - 1 = 2$$
$$S_1(1) = 2 = -\frac{1}{2} + e + f = 2$$
$$S_1(2) = 3 = 2e + f$$
$$e = \frac{1}{2}$$
$$f = 2$$
$$S_0'(x) = 3ax^2 + b$$
$$S_1'(x) = \frac{3}{2}(2-x)^2 + e$$
$$S_0'(1) = S_1'(1)$$
$$3a + b = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$$
$$a = -\frac{1}{2}$$
$$b = \frac{7}{2}$$

Se puede verificar que estas constantes satisfacen todas las condiciones del spline cúbico natural.

$$S_0''(0) = S_1''(2) = 0$$
$$S_0''(1) = S_1''(1)$$

Problema 4

Considerando la expansión de Taylor alrededor del punto x.

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)\frac{h^2}{2!} + f''(x)\frac{h^{\wedge 3}}{3!} + f'''(x)\frac{h^4}{4!} + \ldots$$

Demuestre que:

$$f'(x) = \frac{-25f(x) + 48f(x+h) - 36f(x+2h) + 16f(x+3h) - 3f(x+4h)}{12h} + \vartheta(h^4)$$

Solución

f(x+h)=f(x)+f'(x) h+ f''(x) h^2/2+f'''(x) h^3/6+…

f(x+2h)=f(x)+f'(x) 2h+ f''(x)4 h^2/2+f'''(x) 8h^3/6+..

$f(x+3h)=f(x)+f'(x)\,3h+f''(x)9\,h^2/2+f'''(x)\,27h^3/6+\ldots$

$f(x+4h)=f(x)+f'(x)\,4h+f''(x)16\,h^2/2+f'''(x)\,64h^3/6+\ldots.$

Multiplicando las relaciones por : 48,-36,16 y -3 respectivamente.

$48\,f(x+h)=48\,f(x)+48\,f'(x)\,h+24f''(x)\,h^2+8f'''(x)\,h^{3+\ldots}$

$-36f(x+2h)=-36f(x)-72f'(x)h-72f''(x)\,h^2-48f'''(x)\,h^{3+\ldots}$

$16f(x+3h)=16f(x)+48f'(x)h+72\,f''(x)\,h^2+72f'''(x)h^{3+\ldots}$

$-3f(x+4h)=-3f(x)+-12f'(x)h-24f''(x)\,h^2-32f'''(x)h^{3+\ldots}$

Sumando todas estas ecuaciones y reordenando

Se obtiene

$$f'(x)=\frac{-25f(x)+48f(x+h)-36f(x+2h)+16f(x+3h)-3f(x+4h)}{12h}+\vartheta(h^4)$$

Los Profesores